

Übungen zur Vorlesung Finanzmathematik II

12. Blatt
 Übung: 12.07.11

Aufgabe 1:

- i) Beim Quantil-Hedging haben wir uns auf zulässige Strategien θ beschränkt, für die der Wertprozess nichtnegativ ist ($V_t \geq 0$ für alle $t \in [0, T]$). Um diese Beschränkung zu verstehen, zeige man, dass das Problem schlecht gestellt ist, wenn man versucht über alle zulässigen Strategien θ (also solche, deren Wertprozess nach unten beschränkt ist), zu maximieren.
- ii) Nun nehmen wir an, dass bei einem fixen Zinssatz $r = 0$ ein fixer Kreditrahmen $c > 0$ gegeben ist, wir uns also auf zulässige Strategien θ beschränken, für die $V_t > -c$ für alle $t \in [0, T]$ gilt. Man maximiere $P[V_T \geq H]$ über diese Strategien.

Aufgabe 2: Im Black-Scholes Modell wollen wir eine Europäische Call-Option H mit Strike K und Ausübungszeitpunkt T so hedgen, dass der erwartete Verlust unter der Verlustfunktion $l(x) = (x^+)^p$, $p \in]1, \infty[$ minimal wird.

- i) Man bestimme für $p \downarrow 1$ und $p \uparrow \infty$ das Auszahlungsprofil einer Europäischen Option, deren optimale Hedgingstrategie genau der minimierenden Strategie entspricht.
- ii) Ist dies für den Fall $p \uparrow \infty$ äquivalent dazu, gleich unter der Supremumsnorm zu minimieren?

Zusatzaufgabe

Aufgabe 3: Wir betrachten im folgenden ein Optimierungsproblem für den Temporalnutzen in einem vollständigen Markt mit Zinssatz $r = 0$, wollen also

$$E \left[\int_0^T e^{-\delta t} u(c_t) dt \right]$$

für eine wachsende, konkave und zweimal differenzierbare Nutzenfunktion u , die die Inada-Bedingungen erfüllt, maximieren wobei der Wertprozess V durch

$$dV_t = \theta_t dS_t - c_t dt, \quad V_0 = x > 0,$$

gegeben ist. Man leite eine Bedingung 1. Ordnung für den optimalen Konsumplan her, indem man den erwarteten Nutzen mit Hilfe der Superhedging-Bedingung $E^*[\int_0^T c_t dt] \leq x$ nach oben abschätzt, zur konvex Konjugierten übergeht, die Preisdichte durch $u'(c_t^*)$ darstellt und den optimalen Konsumplan c_t^* bestimmt.